

▪ Cadre d'étude

En mécanique, l'étude démarre obligatoirement par la définition le système et le référentiel, ils désignent l'objet dont on étudie le mouvement et l'objet qu'on a choisi comme référence pour décrire le mouvement.

Ex. : Ballon de foot dans le référentiel terrestre, mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique, mouvement de Jupiter dans le référentiel héliocentrique.

Au lycée, le système est assimilé à un point, par exemple son centre de gravité G (encore appelé centre d'inertie ou centre de masse). Sa position est repérée dans un repère d'espace uni-, bi- ou tridimensionnel selon le cas, souvent noté $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ où les trois vecteurs de base sont associés aux trois axes (Ox), (Oy) et (Oz) de l'espace. Le repère est muni d'une horloge qui permet de déterminer chaque instant, noté t (on parle aussi de *date t*).

On appelle *étude cinématique* la branche de la physique qui étudie les mouvements, indépendamment de leurs causes.

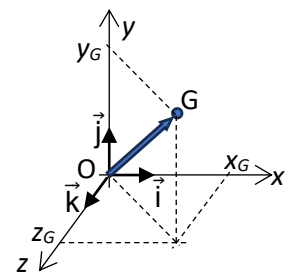
▪ Position du système

Vecteur position : $\vec{OG}$ qui peut varier dans le temps donc $\vec{OG}(t)$

Décomposition du vecteur position dans la base du repère :

$$\vec{OG}(t) = x_G(t) \cdot \vec{i} + y_G(t) \cdot \vec{j} + z_G(t) \cdot \vec{k}$$

Coordonnées cartésiennes du vecteur position dans la base du repère :

$$\vec{OG}(t) \begin{pmatrix} x_G(t) \\ y_G(t) \\ z_G(t) \end{pmatrix}$$


Ex. d'un wagonnet dans la première descente d'un grand huit, contenue dans le plan (Oxy), l'instant $t = 0$ correspondant au début de la descente :

$$x_G(t) = \left(2,0 \frac{m}{s}\right) \times t$$

$$y_G(t) = \left(-5,0 \frac{m}{s^2}\right) \times t^2 + 20 \text{ m}$$

$$z_G(t) = 0$$

▪ Vitesse du système

La vitesse désigne, en première intention, la distance parcourue par le système par unité de temps. Elle est définie mathématiquement par la variation de la position au cours du temps. Ainsi, la vitesse instantanée du point G dans le repère de centre O est définie par l'égalité suivante : $\vec{v}_G(t) = \frac{d\vec{OG}(t)}{dt}$. Dans cette écriture, le symbole d se lit « toute petite variation » ou « variation infinitésimale » : la vitesse est la *dérivée* du vecteur position par rapport au temps.

Décomposition du vecteur dans la base :

$$\vec{v}(t) = v_x(t) \cdot \vec{i} + v_y(t) \cdot \vec{j} + v_z(t) \cdot \vec{k}$$

avec

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}, v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \text{ et}$$

$$v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$$

Norme du vecteur vitesse :

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2 + v_z(t)^2}$$

Coordonnées :

$$\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}$$

Ex. du même wagonnet :

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\left(2,0 \frac{m}{s}\right) \times t \right] = 2,0 \text{ m/s}$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\left(-5,0 \frac{m}{s^2}\right) \times t^2 + 20 \text{ m} \right] = -\frac{10,0 \text{ m}}{s^2} \times t$$

$$v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt} = 0 \text{ m/s}$$

▪ Accélération du système

L'accélération désigne la variation de la vitesse au cours du temps : $\vec{a}_G(t) = \frac{d\vec{v}_G(t)}{dt}$. Sa norme s'exprime en mètre par seconde carrée ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$). Le vecteur accélération (instantanée) du système est la dérivée du vecteur vitesse instantanée par rapport au temps.

Décomposition du vecteur dans la base :

$$\vec{a}(t) = a_x(t) \cdot \vec{i} + a_y(t) \cdot \vec{j} + a_z(t) \cdot \vec{k}$$

avec

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

$$a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2z(t)}{dt^2}$$

Norme du vecteur vitesse :

$$a(t) = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2 + a_z(t)^2}$$

Coordonnées :

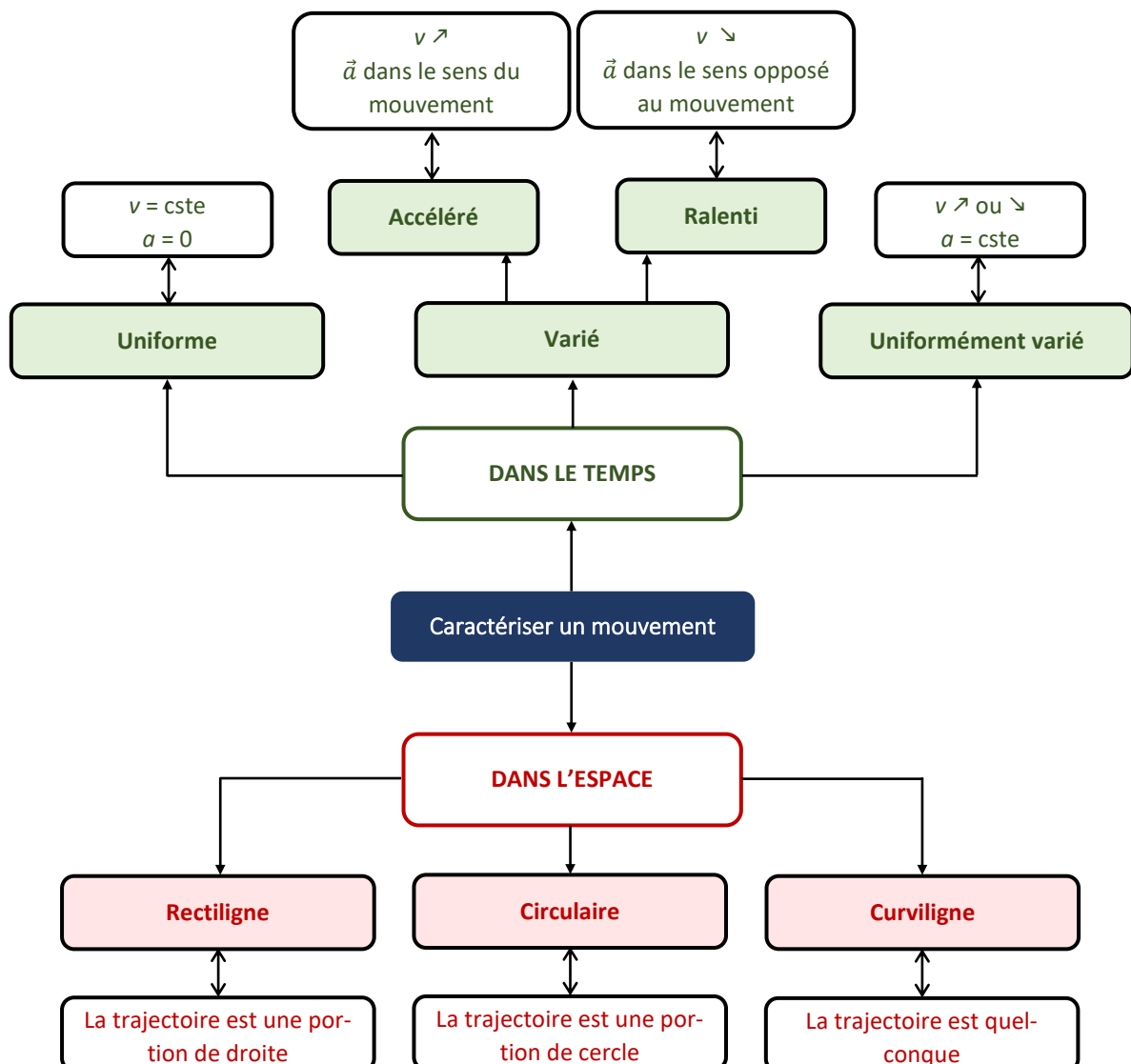
$$\vec{a}(t) \begin{pmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{pmatrix}$$

Ex. du même wagonnet : $a_x(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; $a_y(t) = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ et $a_z(t) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Lien entre accélération et position : **le vecteur accélération est la dérivée seconde du vecteur position par**

rapport au temps : $\vec{a}_G(t) = \frac{d^2\vec{OG}(t)}{dt^2}$

▪ Qualifier quelques mouvements



▪ Mouvement rectiligne

Les points occupés par le système sont alignés, le vecteur vitesse garde la même direction.

Si, en plus, sa norme ne varie pas, le mouvement est uniforme.

A contrario, si elle augmente régulièrement dans le temps, le mouvement est uniformément accéléré.

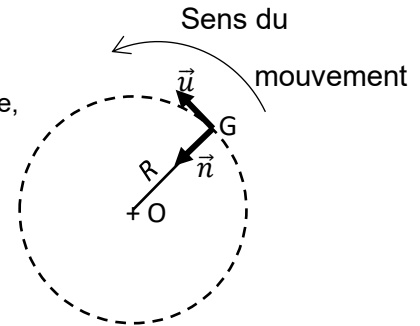
Si elle diminue régulièrement dans le temps, le mouvement est uniformément ralenti.

▪ Mouvement circulaire et repère de Frenet

Un mouvement circulaire est plus facilement décrit à l'aide d'un repère mobile, dont l'origine est attachée au point étudié, en mouvement autour du centre d'un cercle de rayon R .

La base mobile est alors composée de trois vecteurs unitaires :

- ☐ un vecteur $\vec{u}$, orthoradial (c'est-à-dire perpendiculaire au rayon du cercle, et donc tangent au cercle), orienté dans le sens du mouvement ;
- ☐ un vecteur $\vec{n}$, radial et centripète ;
- ☐ un vecteur $\vec{k}$, perpendiculaire au plan du mouvement.



Décomposition du vecteur vitesse dans la base du repère de Frenet ($G ; \vec{u}, \vec{n}, \vec{k}$) :

$\vec{v}_G(t) = v_G(t) \cdot \vec{u}$: le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, il est orthoradial

Décomposition du vecteur accélération dans la base du repère de Frenet ($G ; \vec{u}, \vec{n}, \vec{k}$) :

$$\vec{a}_G(t) = \frac{v(t)^2}{R} \cdot \vec{n} + \frac{dv(t)}{dt} \cdot \vec{u}$$

Cas du mouvement circulaire uniforme :

Si le mouvement est uniforme, $v(t) = cste$ donc $\frac{dv(t)}{dt} = 0$, la composante tangentielle de l'accélération est nulle. L'accélération est donc purement centripète. Alors

$$\vec{a}_G = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n} \text{ et } a_G = \frac{v^2}{R} = cste$$