

CHAPITRE – MÉCANIQUE CÉLESTE

TRAVAIL AUTONOME PAGES 329 À 336



QCM

- ☐ Manuel p. 329
☐ Pronote

Focus
MÉTHODE

- ☐ 9 p. 330
☐ 10 p. 331
☐ 11 p. 331

Exercices
corrigés

- ☐ 13 ☐ 17 ☐ 19
☐ 20 ☐ 22 ☐ 27
☐ 28

Exercices
facultatifs

- ☐ 11 ☐ 14 ☐ 15
☐ 16 ☐ 18 ☐ 23
☐ 26

■ EXERCICE 21 PAGE 333

Deuxième loi de Kepler

1. Aire balayée entre 1948 et 1958 : $A_1 = \frac{33,6500 \times 35,2900 \times \sin(-176,70 + 179,90)}{2} = 33,1442 \text{ ua}^2$

Aire balayée entre le 10 et le 15 février 1986 : $A_2 = 0,0459 \text{ ua}^2$

Aire balayée entre juin et juillet 1986 : $A_3 = 0,2766 \text{ ua}^2$

2. Nombre de jour du 1^{er} intervalle : 3 653 ; aire balayée par jour : $\frac{33,1442}{3653} = 9,073 \times 10^{-3} \text{ ua}^2 \cdot \text{j}^{-1}$

Nombre de jour du 2^{ème} intervalle : 5 ; aire balayée par jour : $\frac{0,0459}{5} = 9,18 \times 10^{-3} \text{ ua}^2 \cdot \text{j}^{-1}$

Nombre de jour du 3^{ème} intervalle : 30 ; aire balayée par jour : $\frac{0,2766}{30} = 9,22 \times 10^{-3} \text{ ua}^2 \cdot \text{j}^{-1}$

Il semble raisonnable de considérer que l'aire balayée par unité de temps est constante, avec une valeur voisine de $9,1 \times 10^{-3} \text{ ua}^2/\text{j}$.

3. La comète va vite au voisinage du Soleil, donc si r présente une petite valeur, soit ici en février 1986.

4. Le premier intervalle est parcouru à l'aphélie, le deuxième intervalle est parcouru au périhélie et le dernier intervalle est parcouru peu après le périhélie.

■ EXERCICE 24 PAGE 334

Orbite de satellite



ANA j'extrais l'altitude du satellite

RES je sais qu'elle intervient dans le calcul de la période, que je récite et que je mène

ANA Je cherche le décalage accompli par la Terre dans sa rotation au niveau de l'équateur durant cet intervalle.

ANA j'extrais les données utiles de l'énoncé

REA je compare à l'aide d'un rapport

VAL COM je commente en articulant les données entre elles

1. Calculons la période de révolution du satellite :

D'après la loi des périodes, $\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

Donc $T = \sqrt{\frac{4\pi^2(6380000+830000 \text{ m})^3}{6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \times 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}}} = 6057 \text{ s}$

Un point de l'équateur parcourt toute la circonférence de la Terre en 24 h. Durant 6057 s, il parcourt :

$$d = \frac{6057}{24 \times 3600} \times 2 \times \pi \times 6380 \text{ km} = 2810 \text{ km}$$

2. Pour observer à nouveau la même région, il faut patienter durant 26 jours. Or une révolution du satellite dure 6057 s. Le nombre de révolutions nécessaires vaut donc

$$N = \frac{26 \times 24 \times 3600}{6057} \approx 371 \text{ révolutions}$$

Ce nombre de révolution est important car le satellite ne balaye que 60 km de fauchée alors que l'équateur parcourt 2810 km durant une seule révolution, laissant une zone non balayée importante.

▪ EXERCICE 25 PAGE 334

Satellite stationnaire

Pour qu'un satellite soit stationnaire, il faut que sa période de révolution soit égale à celle de la planète, donc $T = T_J$ ici.

Or d'après la loi des périodes,

$$\frac{T^2}{(R_J + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_J}$$

Inversons membre à membre

$$\frac{(R_J + h)^3}{T_J^2} = \frac{GM_J}{4\pi^2}$$

Multiplions membre à membre par le carré de la période

$$(R_J + h)^3 = \frac{GM_J T_J^2}{4\pi^2}$$

Prenons la racine cubique

$$R_J + h = \sqrt[3]{\frac{GM_J T_J^2}{4\pi^2}}$$

Soustrayons le rayon de Jupiter membre à membre

$$h = \sqrt[3]{\frac{GM_J T_J^2}{4\pi^2}} - R_J$$

Dans l'application numérique, nous accomplissons les conversions nécessaires (durée en secondes, distances en mètre) et

$$h = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \times 1,898 \times 10^{27} \text{ kg} \times (9 \times 3600 + 56 \times 60 \text{ s})^2}{4\pi^2}} - 69\,900 \times 10^3 \text{ m}$$

$$h \approx 90,2 \times 10^6 \text{ m}$$