

CHAPITRE – ÉLÉMENTS DE CINÉMATIQUE

TRAVAIL AUTONOME PAGES 285 À 291



QCM

- ☐ Manuel p. 285
☐ Pronote



Focus MÉTHODE

- ☐ 11 p. 286
☐ 12 p. 287



Exercices corrigés

- ☐ 13 ☐ 14 ☐ 18
☐ 23 ☐ 24 ☐ 26
☐ 27 ☐ 28 ☐ 32
☐ 33



Exercices facultatifs

- ☐ 15 ☐ 16 ☐ 21
☐ 25 ☐ 29 ☐ 31
☐ 35 ☐ 36 ☐ 37
☐ 38

• EXERCICE 17 PAGE 288

Position et vitesse

1. Les coordonnées du vecteur position sont :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} 3t \\ t^2 - 2t \end{pmatrix}$$

Donc $x(t) = 3t$ et $y(t) = t^2 - 2t$

Le vecteur vitesse s'obtient en dérivant le vecteur position par rapport au temps donc

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ et } v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} \text{ donc } v_x(t) = \frac{d}{dt}(3t) \text{ et } v_y(t) = \frac{d}{dt}(t^2 - 2t)$$

Donc $v_x(t) = 3$ et $v_y(t) = 2t - 2$

On suppose que toutes les grandeurs sont exprimées dans les unités légales du système international donc $v_x(t) = 3 \text{ m/s}$ et $v_y(t) = \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times t - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

À la date $t = 4 \text{ s}$, $v_x = 3 \text{ m/s}$ et $v_y = \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times (4 \text{ s}) - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6 \text{ m/s}$.

• EXERCICE 19 PAGE 288

Position, vitesse et accélération

1. Exprimons les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération au cours du temps :

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = 5$$

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = 2t + 2$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = 0$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = 2$$

Calculons leurs valeurs à la date $t = 5 \text{ s}$, en supposant que toutes les grandeurs ont été exprimées dans les unités légales du système international :

$$v_x = 5 \text{ m/s}$$

$$v_y = (2 \times 5 + 2) \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}$$

$$a_x = 0 \text{ m/s}^2$$

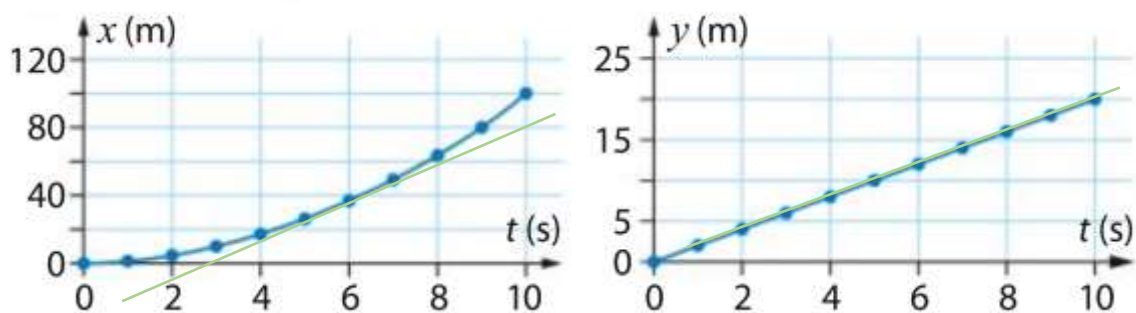
$$a_y = 2 \text{ m/s}^2$$

2. D'après l'expression des lois horaires, le mouvement a une trajectoire parabolique (en raison du carré ; il est possible de montrer que l'équation de la trajectoire est $y = \frac{x^2}{25} + \frac{16x}{25} + \frac{39}{25}$).

Comme l'accélération possède une norme non nulle mais constante, le mouvement est uniformément varié.

▪ EXERCICE 20 PAGE 288

Étude graphique



1. Les tangentes aux courbes représentatives des deux courbes à l'instant $t = 6 \text{ s}$ ont été tracées en vert.

• Calcul de $v_x(t = 6 \text{ s})$: la tangente passe par les points suivants A(3 s ; 0 m) et B(10 s ; 80 m).

Son coefficient directeur vaut $\frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{80 \text{ m} - 0 \text{ m}}{10,0 \text{ s} - 3,0 \text{ s}} = \frac{80 \text{ m}}{7,0 \text{ s}} \approx 11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

• Calcul de $v_y(t = 6 \text{ s})$: la tangente à une droite se confond avec la droite elle-même. Elle passe par les points A(0 s ; 0 m) et B(10 s ; 20 m). En procédant de même, $v_y = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$2. v(t = 6 \text{ s}) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left(\frac{80}{7}\right)^2 + (2,0)^2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 11,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

▪ EXERCICE 22 PAGE 288

Accélération centripète

Dans le repère de Frenet, l'accélération a pour expression :

$$\vec{a}(t) = \frac{v(t)^2}{R} \cdot \vec{n} + \frac{dv(t)}{dt} \cdot \vec{u}$$

Comme ici la vitesse est constante, $v(t) = \text{cste}$ donc $\frac{dv(t)}{dt} = 0$ alors $a = \frac{v^2}{R}$.

Convertissons les données pour obtenir les unités attendues :

$$v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} = 16,6 \dots \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ et } R = 60 \text{ m}.$$

$$\text{Calcul : } a = \frac{\left(\frac{60}{3,6}\right)^2}{60} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4,6 \text{ m/s}^2.$$

▪ EXERCICE 30 PAGE 290

Distance, vitesse, accélération



RES je récite les relations qui relient accélération, vitesse et position

REA je retrouve les expressions de x en intégrant, en pensant aux constantes d'intégration et au facteur $1/2$

ANA je consulte le schéma pour retrouver les conditions initiales de la voiture. Je les exploite pour identifier la valeur des constantes d'intégration

REA je calcule que $60/3,6 = 50/3$

1. Comme $a = \frac{dv(t)}{dt}$ et comme $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

Alors, pour la voiture :

$$a(t) = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \text{ donc } v(t) = (2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot t + C_1$$

$$\text{Et } x_v(t) = \frac{1}{2} \cdot (2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2$$

Or d'après les conditions initiales ; $v(t = 0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et

$x_v(t = 0) = 0 \text{ m}$ donc $C_1 = C_2 = 0$ et finalement

$$x_v(t) = (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}) \cdot t^2$$

Pour le camion, $a = 0$ et $v = 60 \text{ km/h}$ mais en sens opposé

$$\text{donc } x_c(t) = -\left(\frac{60}{3,6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\right) \cdot t + C_3 \text{ et } \frac{60}{3,6} = \frac{50}{3}$$

D'après les conditions initiales du camion, $x_c(t = 0) = 100 \text{ m}$ donc $C_3 = 100 \text{ m}$ et finalement

ANA je traduis en égalité mathématique l'information selon laquelle les deux véhicules « se croisent »

ANA je me fie à l'ordre logique de l'énoncé

REA je sais identifier et résoudre un polynôme du second degré

VAL j'identifie qu'une racine négative est ici un non sens physique, je l'exclus

REA la distance parcourue par la voiture, c'est la valeur de $x(t)$ quand t vaut 4,7 s donc j'applique la formule à cette date

VAL je vérifie que la valeur trouvée est comprise entre 0 et 100 m.

COM je rédige pour être compris

$$x_c(t) = -\frac{50}{3} m \cdot s^{-1} \times t + 100 m$$

2. Si les deux véhicules se croisent, c'est qu'à cet instant, qu'on notera t_x , les deux véhicules se trouvent à la même abscisse x donc

$$x_v(t_x) = x_c(t_x)$$

3. En explicitant l'égalité précédente, où toutes les grandeurs seront exprimées dans leurs unités légales,

$$1 \times t_x^2 = -\frac{50}{3} \times t_x + 100$$

Multiplions par 3, soustrayons 300 : $3 t_x^2 + 50 t - 300 = 0$

Il s'agit d'un polynôme du second degré. Calculons ses deux racines, avec $\Delta = 50^2 + 4 \times 300 \times 3 = 6100$:

$$t_+ = \frac{-50 + \sqrt{6100}}{6} \text{ et } t_- = \frac{-50 - \sqrt{6100}}{6} < 0, \text{ non sens physique}$$

Donc $t_x = t_+ = 4,7 s$.

4. Dans cet intervalle de temps, la distance d parcourue par la voiture vaut $d = x_v(t_x)$

$$d = \left(1 \frac{m}{s^2}\right) \times (4,7s)^2 \approx 22 m$$

• EXERCICE 34 PAGE 290

Vitesse moyenne, trigonométrie

1. À l'équateur, un point du sol parcourt la circonférence de la Terre en une durée de 24 h, ce qui correspond à une distance égale à $2 \times \pi \times R_T$ en 24 h. Cette vitesse vaut :

$$v_{eq} = \frac{2 \times \pi \times 6\,400 \text{ km}}{24 \text{ h}} = 1\,675 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2. Si un point de la Terre est positionné à une latitude λ , le cercle qu'il parcourt en 24 h ne possède pas un rayon R_T mais, d'après la figure, un rayon $r(\lambda) = R_T \cdot \cos(\lambda)$.

La vitesse additionnelle en ce point vaut alors

$$v(\lambda) = \frac{2\pi \cdot r(\lambda)}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi R_T \cdot \cos(\lambda)}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi R_T}{24 \text{ h}} \cdot \cos(\lambda) = v_{eq} \cdot \cos(\lambda).$$

Calculons la valeur de cette vitesse aux trois bases :

Base	américaine	européenne	russe
Vitesse en km/h	1 472	1 669	1 172

3. Le lieu le plus approprié est celui qui donne la plus grande vitesse à la fusée pour faciliter son éjection de l'atmosphère, donc c'est la base européenne de Kourou, en Guyane.